

文章编号: 1000-7598(2009)10-3102-07

三维边坡稳定分析的有限元弹塑性迭代解法

颜天佑¹, 李同春¹, 赵兰浩¹, 季薇薇²

(1. 河海大学 水利水电工程学院, 南京 210098; 2. 廊坊市水利勘察规划设计院, 河北 廊坊 065000)

摘要: 针对已知滑动面的三维边坡稳定分析问题, 在塑性力学上限定理的基础上, 提出了求解安全系数的三维有限元弹塑性迭代解法。对于滑动面的非线性特性, 采用常规的矩形(平面)或立方体(空间)单元来描述, 应力则符合相关流动法则的 Mohr-Coulomb 强度准则。通过对弹塑性增量理论中流动法则的分析, 证明了当结构达到极限状态时, 滑动面内切向应力的方向与滑体的主滑方向一致, 说明最终以滑动面内的切向应力作为滑体滑动力的有效性。通过迭代的方式, 逐步降低滑动面材料的抗剪参数, 使边坡达到极限状态, 不仅快速求得了滑动面的安全系数, 且能够得到边坡在接近临界失稳状态时滑动面内切向应力的分布情况和边坡的变形规律, 为边坡采取加固措施提供了参考依据。最后, 以椭圆面滑动和楔形滑动 2 个经典算例和工程实例, 验证了该方法的有效性和正确性。

关键词: 三维稳定性分析; 有限单元法; 滑动方向; 安全系数

中图分类号: O 241.82

文献标识码: A

Elastoplastic finite element iteration method for stability analysis of three-dimensional slope

YAN Tian-you¹, LI Tong-chun¹, ZHAO Lan-hao¹, JI Wei-wei²

(1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai university, Nanjing 210098, China;

2. Langfang Investigation, Planning and Design Institute of Water Resources, Langfang 065000, China)

Abstract: For the stability analysis of three-dimensional slope with known slip surface, based on the upper-bound theory of plasticity, an elastoplastic finite element iteration method for stability factor is suggested. The contact surface is simulated by rectangle element for plane problems or cubic element for dimensional problems with small thickness; and the Mohr-Coulomb associated flow rule criterion for the stresses is adopted. Based on analyzing the associated flow rule in the incremental elastoplastic theory, it is proven that the direction of the tangential stress on the slip surface and the sliding direction of the slope are consistent when the slope reaches ultimate state; so it is accurate that the tangential stress is regarded as the sliding force. In the process of calculation, the shear strength parameter is reduced step by step based on the iterative method, until the slip slope reaches ultimate state. Not only the stability factor can be got by this method rapidly, but also the tangential stress distribution on the slip surface and the deformation law of the slope can be obtained as well, which provides reference for taking reinforcement measures to the slope. At last two typical problems, i.e. ellipsoid slide and wedge slide, and a project example are given to verify its availability and rightness.

Key words: three-dimensional stability analysis; finite element method; sliding direction; factor of safety

1 引言

在边坡分析领域, 二维极限平衡法是常用的手段, 对已知滑动面的二维边坡, 滑动面内切向应力的方向很容易确定, 所以安全系数的计算理论上是准确的。但对三维边坡来说, 其滑动面内的切向应力方向或滑体的主滑方向很难确定, 尤其对不对称滑体来说, 更是如此, 所以安全系数的求解难度相

对较大。用刚体极限平衡法对三维边坡进行分析时, 常用的是二维边坡极限平衡条分法的三维推广, 又称条柱法, 该法一般都要假定滑动面内切向力的方向, 不同假定方式, 得到的安全系数也不同^[1-4], 对此, 文献[5]提出了通过改变滑体的滑动方向($0^\circ \sim 360^\circ$), 搜索最危险滑动方向的方法。

利用有限元法得到的应力成果, 套用极限平衡法计算公式得到的安全系数往往比极限平衡法得到

收稿日期: 2008-07-24

基金项目: 国家自然科学基金委员会资助项目 (No. 90510017, No. 10702019)。

第一作者简介: 颜天佑, 男, 1982 年生, 博士研究生, 主要从事水工结构及边坡稳定方面的研究。E-mail: yty001_1999@163.com

的安全系数要小, 主要原因在于滑动面并未全部进入塑性状态, 整个结构没有达到极限平衡状态, 滑动面内的切向应力的方向并非和滑体的主滑方向一致。陈菲^[6]采用有限元强度折减法, 求解已知滑动面边坡的安全系数, 虽不必假设滑体的主滑方向, 但如何判断结构是否达到极限状态^[7-10], 即如何定义边坡的失稳判据, 工程界目前还没有统一的标准。文献^[11]提出了边坡抗滑稳定安全系数的有限元迭代解法, 本质上与刚体极限平衡法一致, 虽计算效率较高, 但没有对三维边坡分析中的滑动方向问题进行专门的讨论。

综上所述, 求解已知滑动面边坡的安全系数时, 滑动面内滑动力方向与滑体主滑方向一致是保证安全系数准确性的前提。为此, 本文在塑性力学上限定理的基础上, 提出了求解边坡安全系数的有限元弹塑性迭代解法。滑动面的单元形式采用文献^[12]中提出的常规的矩形(平面)或立方体(空间)单元, 强度准则采用符合相关联流动法则的 Mohr-Coulomb 准则。通过对弹塑性增量理论中流动法则的分析, 证明了当结构达到极限状态时滑动面上产生的塑性功增量最大, 说明了此时滑动面内切向应力的方向与滑体的主滑方向是一致的, 最终以滑动面内的切向应力作为滑体滑动力是精确的。根据弹塑性有限元法得到的计算结果, 通过迭代的方式逐步降低滑动面材料的抗剪参数, 使边坡达到极限状态, 以滑动面上的滑动力与阻滑力平衡作为边坡达到极限状态的依据。该法不仅可以求得滑动面的安全系数, 且能得到边坡在接近临界失稳状态时滑动面内切向应力的分布情况和边坡的变形规律, 为边坡采取加固措施提供了参考依据。

2 极限分析上限定理

对于一个已知滑面处于极限状态的三维边坡, 剖面见图 1, 滑动面材料服从 Mohr-Coulomb 破坏准则, 其余以刚性材料考虑。假设三维滑体存在一个滑动方向, 当滑动面全部屈服时, 由于某一外荷载增量导致滑动面沿此滑动方向产生的塑性功增量为 dD_s^* , 则可通过塑性力学中的上限定理^[13-14]求解相应这一塑性变形模式的外荷载 T^* (图 1), 计算公式为

$$\int_L dD_s^* = WV^* + T^*V^* \quad (1)$$

上限定理指出, 对应于真实滑动方向的外荷 T 一定比 T^* 小或相等。式(1)中: V^* 为外荷增量引起的相应位移速率; W 为滑体的体积力。因此, 极

限分析方法是许多可能的滑动方向中寻找一个使 T^* 最小的主滑方向, 或者 T^* 为单位力时, 寻找使得滑动面产生最大塑性功增量的滑动方向。

实际中, 确定结构的安全裕度不是通过加载的方法, 而是通过不断降低岩土体的强度参数使得结构达到极限状态, 材料强度参数的降低系数 K 为所求的安全系数, 公式为

$$c_e = c / K \quad (2)$$

$$\tan \varphi_e = (\tan \varphi) / K \quad (3)$$

结合式(2)、(3), 通过式(4)求解 K 。

$$\int_L dD_{s,e}^* = WV^* + TV^* \quad (4)$$

式中: $D_{s,e}^*$ 为相应 c_e 和 φ_e 计算的内能耗散率。通过求解隐含于 c_e 和 φ_e 中 K 的最小值, 逼近临界的破坏模式。此时 T 为设定的外荷, 已不再是未知量。

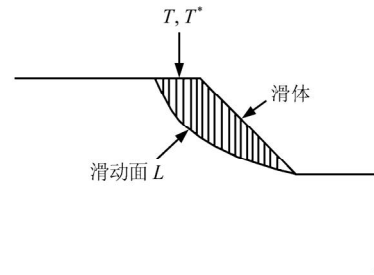


图 1 三维边坡塑性力学上限解剖面示意图
Fig.1 The upper-bound theory of plasticity of 3D slope

3 安全系数的有限元弹塑性迭代解法

实现上述的极限分析主要有两个问题: ①塑性功的求解, 用弹塑性增量理论的有限元解法很容易实现。②在 K 值相同的前提条件下, 证明求得的塑性功为最大塑性功。

3.1 弹塑性增量理论的有限元解法

一般已知滑动面的三维边坡分析问题的非线性特性主要反映在滑动面上, 并满足一定的屈服准则。采用弹塑性增量理论的有限元解法, 对边坡进行分析的第 j 次迭代的整体静力平衡方程为

$$[K]\{\Delta u\}_j = \{F\} - \int_{\Omega} [B]^T \{\sigma\}_{j-1} d\Omega + \quad (5)$$

$$\int_{\Omega} [B]^T (1-m)[D]_p [B] \{\Delta u\}_j d\Omega$$

$$[D]_p = \frac{[D] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D]}{\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}} \quad (6)$$

式中: $[K]$ 为整体刚度矩阵; $[B]$ 为几何矩阵; $\{\Delta u\}_j$ 为第 j 次迭代位移增量; $\{\sigma\}_{j-1}$ 为第 $j-1$ 次迭代结束时的总应力向量; $\{F\}$ 为外载列阵; m 为材料达到屈服所需要的应变增量强度与加载所引起的应变增量强度之比; $[D]_p$ 为 $j-1$ 次迭代步的塑性矩阵; f 为与材料抗剪参数有关的强度屈服准则。计算中通过逐步降低材料抗剪参数, 改变塑性材料的屈服准则方程, 使得结构达到极限状态。

3.2 屈服准则及最大塑性功证明

在以夹层、结构面等为滑动面的边坡稳定非线性有限元分析中, 滑坡体可以采用常规的单元配以相应的本构关系来描述。对于仅已知抗剪参数的夹层或结构面的模拟, 本文采用了常规的矩形(平面)或立方体(空间)单元, 为此文献[12]进行了详细讨论, 并对其适用性进行了理论和实例分析。滑动面上的应力强度准则采用 Mohr-Coulomb 准则, 即

$$f = c - \sigma_n \tan \varphi - \tau_n = 0 \quad (7)$$

设滑动面上单元 e 的局部坐标系为 $x'y'z'$, 其中 z' 为滑动面的法向。该局部坐标系与整体坐标系之间的方向余弦见图 2。局部坐标下的应力张量 $\sigma_{i'j'}$ 与整体坐标下的应力张量的转换关系为

$$\sigma_{i'j'} = [T_\sigma] \sigma_{ij} \quad (8)$$

式中: $[T_\sigma]$ 为转换矩阵。则式(7)又可以表示为

$$f = c - \sigma_{z'z'} \tan \varphi - \sqrt{\tau_{z'x'}^2 + \tau_{z'y'}^2} = 0 \quad (9)$$

则单元 e 滑动面内局部坐标下的切向应力在整体坐标下的应力向量为

$$\tau_n = \tau_{z'y'} = (\sigma_{z'x'} l_1 + \sigma_{z'y'} l_2, \sigma_{z'x'} m_1 + \sigma_{z'y'} m_2, \sigma_{z'x'} n_1 + \sigma_{z'y'} n_2) \quad (10)$$

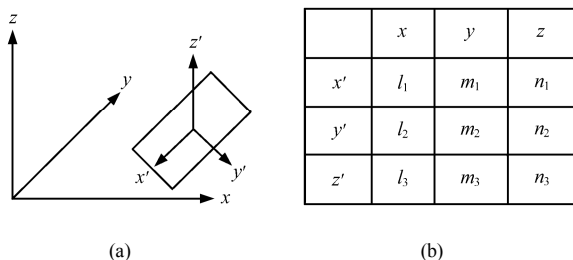


图 2 滑动面上的局部坐标系及方向余弦

Fig.2 Relation between the local and the global coordinates on the slip surface

当结构达到极限平衡状态时, 滑动面上沿着主滑方向的滑动力与阻滑力应保持平衡。通过分析滑动面内切向应力的方向, 可以判断滑坡体的主滑方向。或者当已知滑坡体的主滑方向时, 应检验滑动面内切向应力的方向是否与滑动方向一致。

屈服准则相同时, 采用关联流动法则的计算结果比采用非关联流动法则的计算结果稍大, 其相对误差随着内摩擦角的增大而增大, 一般在 3%~5%^[15]。虽然, 大多数岩土材料在加荷过程中并不遵守相关联的流动法则, 但极限分析只是研究材料在破坏时的变形速率, 由于此时岩土材料或多或少地具有剪胀特征, 因此, 即使材料不遵守相关联流动法则, 采用关联流动法则的计算公式仍可期望较好的近似性^[14], 故本文采用了关联流动法则, 认为剪胀角等于摩擦角。

在单元 e 滑动面内局部坐标下, 流动法则可以表示为

$$d\epsilon_{i'j'}^p = -\frac{\partial f}{\partial \sigma_{i'j'}} d\lambda \quad (11)$$

式中: $d\epsilon_{i'j'}^p$ 为塑性应变增量。当 $d\lambda \geq 0$ 时, 为比例系数, 则由式(11)可得

$$\left. \begin{aligned} d\epsilon_{z'x'}^p &= -\frac{2\tau_{z'x'}}{\sqrt{\tau_{z'x'}^2 + \tau_{z'y'}^2}} d\lambda \\ d\epsilon_{z'y'}^p &= -\frac{2\tau_{z'y'}}{\sqrt{\tau_{z'x'}^2 + \tau_{z'y'}^2}} d\lambda \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

由式(12)可得

$$\frac{d\epsilon_{z'x'}^p}{d\epsilon_{z'y'}^p} = \frac{\tau_{z'x'}}{\tau_{z'y'}} \quad (13)$$

由式(13)可得, 进入塑性状态后滑动面内塑性应变增量的方向与切向应力方向一致, 沿着滑动方向滑动面材料提供了最大的抗力, 这符合最大塑性功原理。根据上限定理与式(4), 此时滑体的滑动方向与实际的主滑方向一致, 材料抗剪参数的折减系数(即安全系数 K)为最小值。反映到滑动面上则表现为面内单元高斯点的塑性应变增量方向、面内剪切应力 τ_n 的方向都与滑体的主滑方向一致, 这就说明了最终以滑动面内的切向应力作为滑体滑动力的有效性。当边坡达到极限状态时, 取滑动面内某一特征点剪切应力 τ_n 的方向向量, 与竖直方向向量组成的面作为滑体的主滑方向面, 如图 3 所示。

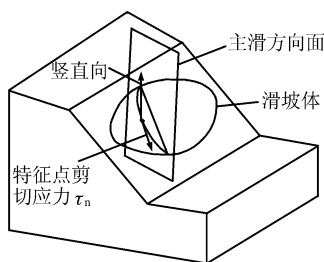


图 3 主滑方向面示意图

Fig.3 The surface of sliding direction of 3D slope

3.3 安全系数的迭代求解

相对于有限元强度折减法, 本文中的安全系数主要是通过迭代方法求得, 而不是经过一系列的折减过程, 计算效率得到了提高。假设在已对滑动面材料的 c 和 $\tan\varphi$ 值降低了 K 倍, 在弹塑性有限元法计算成果的基础上, 滑动面上阻滑力和滑动力为

$$\left. \begin{aligned} F_r &= \frac{1}{t_i} \sum_{g=1}^{N_g} \sum_{i=1}^{N_e} (-\tan\varphi_{ei} \sigma_{nig} + c_{ei}) V_{ig} \\ F_t &= \frac{1}{t_i} \sum_{g=1}^{N_g} \sum_{i=1}^{N_e} \tau_{nig} V_{ig} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中: N_e 为滑动面内单元个数; N_g 为每个单元中积分点数; σ_{nig} 、 τ_{nig} 分别为第 i 个单元中第 g 个高斯点的正、剪应力; V_{ig} 为第 i 个单元中第 g 个高斯点的控制体积; t_i 为滑动面第 i 个单元的计算厚度; φ_{ei} 、 c_{ei} 分别为第 i 个单元折减后的摩擦角和黏聚力。

新的抗滑稳定系数为 K^* , 即

$$K^* = KF_r / F_t \quad (15)$$

$$|K^* - K| / K^* \leq \text{给定误差} \quad (16)$$

当安全系数满足式 (16), 即材料抗剪参数折减后的滑动面上滑动力与阻滑力平衡, 结构达到极限平衡状态。根据上面的结论, 此时以滑动面内切向力作为滑体滑动力是精确的, 则计算完成, 真实的抗滑稳定安全系数即为 K^* , 否则, 令 $K = K^*$ 。对滑动面材料的 c 和 $\tan\varphi$ 值进行折减, 改变滑动面材料的屈服准则方程, 代入式 (5) 重新进行计算, 直到满足式 (16) 为止。

4 算例分析

4.1 椭圆形滑坡体

文献[16]对一系列具有简单体形的椭球滑面的三维安全系数提供了解答, 选择其中一例, 其 3D 滑面的主剖面及有关参数如图 4 所示, 有限元网格如图 5 所示。

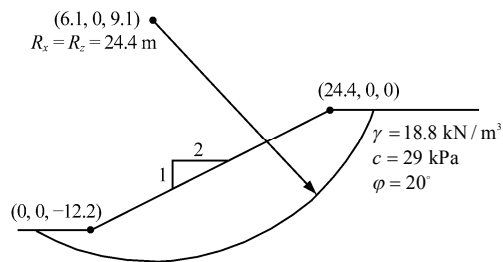


图 4 3D 滑面主剖面 (单位: m)

Fig.4 The main cross-section of 3D slip surface(unit: m)

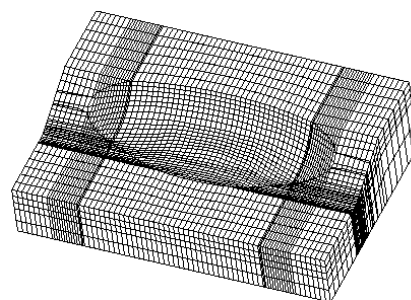


图 5 椭圆形滑体有限元网格图

Fig.5 The finite element mesh of the ellipsoid

边界条件是底部固定约束, 侧边法向约束, 结构面以常规的矩形薄层单元来模拟。边坡在自然状态下已经保持稳定, 存在一个初始应力场。计算分析时, 在保持危岩体初始应力场的基础上, 根据非线性有限元法中边坡稳定安全系数的定义, 逐步迭代降低滑动面材料的抗剪参数, 在迭代计算过程中, 滑动面上的切向应力方向不断调整, 直至结构达到极限平衡状态。

在大型有限元计算程序 GEHOMadrid (为河海大学李同春教授与西班牙公共工程试验研究中心 M.PASTOR 教授 1994 年来合作开发的研究成果, 完成了众多的科研基金项目) 框架的基础上加入本文的方法, 对算例进行计算。图 6 给出了在初始状态下和极限状态下滑动面内切向应力的分布情况。可以看出, 自然状态下滑动面内的切向应力方向与主滑方向存在一定的角度, 越到滑坡体边缘处, 角度越大。当边坡达到极限状态时, 滑动面上的切应力基本与滑体的主滑方向一致, 验证了以滑动面内的切向应力作为滑体滑动力的有效性。对于此例滑体, 文献[16]给出了安全系数为 2.122, 文献[3]将二维 Spencer 法在三维条件下进行了扩展, 得到的安全系数为 2.188, 文献[4]得到的安全系数为 2.162, 本文得到的安全系数为 2.182, 从而验证了本文方法的有效性和正确性。

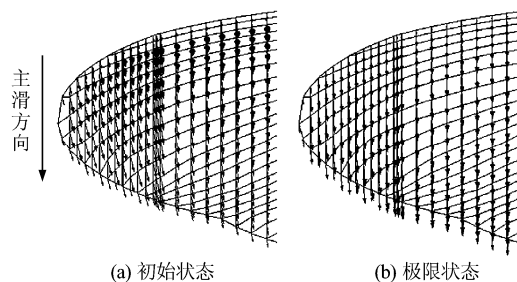


图 6 椭圆型滑动面内切向应力分布示意图

Fig.6 The distribution of the tangential stress in the elliptoid slip surface

4.2 楔形滑坡体

岩石力学中的楔形体稳定是一个典型的三维极限平衡分析问题,其几何形体参数见表 1。图 7 为楔形体的三维计算模型,楔形体坡高为 64.89 m,岩石重度为 26 kN/m^3 ,计算分左右底滑面强度参数相同和不相同两种情况。在对称例题中取 $c = 50 \text{ kN/m}^2$, $\varphi = 20^\circ$ 。材料不对称例题中右结构面强度指标不变,左结构面采用 $c = 30 \text{ kN/m}^2$, $\varphi = 10^\circ$ 。

表 1 楔形体的几何参数

Table 1 Geometrical parameters of the wedge

部位	倾向/°	倾角/°
左结构面	115	45
右结构面	245	45
顶面	180	10
坡面	180	60

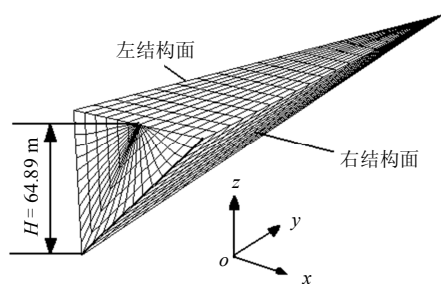


图 7 楔形体滑体形状图

Fig.7 The shape of the wedge

图 8 为楔形滑体在极限状态下滑动面内的切向应力分布情况。从图 8(b)中可以看出,材料参数较好的结构面提供了更大的阻滑力。对于材料对称的情况,本文的得到的安全系数为 1.523, E. Hoek 和 J. W. Bray^[17]给出的解析解 $K = 1.556$, 计算值与理论值的相对误差为 2.12 %。考虑楔形体左、右滑面取不同强度指标时,本文得到的安全系数为 1.162, 比 E. Hoek 和 J. W. Bray 给出的安全系数

$K = 1.180$ 略小。文献[3]指出,当假设的底滑面剪切力的分布形状不同时,得到的安全系数也有所不同,并给出一个安全系数的范围 $K = 1.167 \sim 1.143$,这进一步说明本文得到的安全系数是正确的。

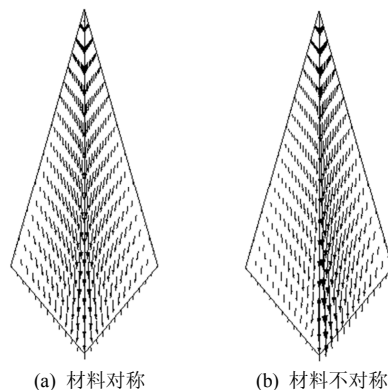


图 8 楔型滑动面内切向应力分布示意图

Fig.8 The distribution of the tangential stress in the wedge slip surface

5 工程应用

某工程边坡中滑体形状如图 9 所示,3 条裂隙面将滑体基本完全分割。裂隙的几何参数和物理参数见表 2, 岩体重度 $\gamma = 26 \text{ kN/m}^3$, 弹性模量为 7 GPa, 泊松比为 0.3, 滑体共有 $8\,545 \text{ m}^3$ 。此边坡滑体的结构和与滑动面材料都不对称,用刚体极限平衡法分析具有一定难度。采用本文的分析方法,假定初始的 $K = 1.0$,经过 4 次迭代安全系数精确到 0.01, 8 次迭代后安全系数精确到 0.001, 计算效率较高,最终的安全系数为 1.075。

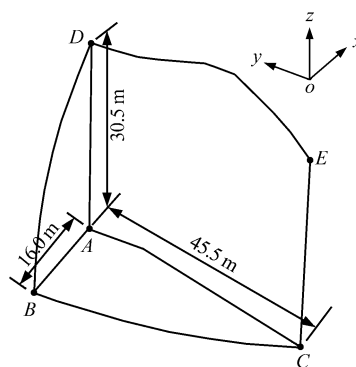


图 9 工程边坡的滑体形状图

Fig.9 The sliding mass shape of an engineering slope

图 10 为边坡达到极限状态时滑动面上切向应力分布情况。从图中可以看出,侧滑面的切向应力较小,抗滑力主要由底滑面提供,符合一般规律。根据计算结果,决定对此边坡采用锚杆与缝面灌浆

相结合的加固方式。锚杆的施加方向主要位于主滑方向面内，并有一 10° 大小的向上的倾角，以充分发挥锚杆的锚固作用。对于类似已知滑动面的三维边坡分析问题，通过本文的方法，不仅可以快速求得滑动面的安全系数，且能得到滑动面内切向应力的分布情况与边坡的变形规律。以此确定锚杆的植入方向，抗滑桩布置的部位和走势，灌浆的部位等，为边坡采取加固措施提供了参考依据。

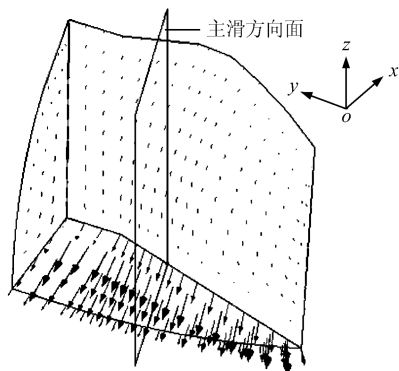


图 10 滑动面内切向应力分布示意图

Fig.10 The distribution of the tangential stress in the slip surface

表 2 滑动面的几何参数

Table 2 Geometrical parameters of the wedge

部位	倾向 / ($^\circ$)	倾角 / ($^\circ$)	摩擦角 / ($^\circ$)	黏聚力 / kPa
ACB面	70	23	33	20
ABD面	8	72	22	15
ADEC面	90	69	19	10

6 结 论

(1) 在塑性力学上限定理的基础上，提出了三维边坡稳定分析的有限元弹塑性迭代解法。通过对弹塑性增量理论中流动法则的分析，证明了当结构达到极限状态时，滑动面内塑性应变增量方向、切向应力方向与滑体的主滑方向保持一致。说明了以滑动面内切向应力作为滑体滑动力的有效性，并用算例进行了验证。

(2) 相对于有限元强度折减法，本文中的安全系数主要是通过迭代方法求得，而不是经过一系列的折减过程，计算效率得到了提高。以滑动面上的滑动力与阻滑力平衡作为边坡达到极限状态的依据，避开了有限元强度折减法中难以定义边坡失稳判据的问题，且得到的安全系数的含义与现行设计规范中对安全系数的定义一致。

(3) 三维边坡稳定分析的有限元弹塑性迭代解

法无需假定滑体的主滑方向，不仅可以快速求得滑动面的安全系数，且能得到边坡在接近临界失稳状态时滑动面内切向应力的分布情况和边坡的变形规律，为边坡采取加固措施提供了参考依据。

参 考 文 献

- [1] LAM L, FREDLUND D G. A general limit equilibrium model for three dimensional slope stability analysis[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1993, 30: 905—919.
- [2] DUNCAN J M. State of the art: Limit equilibrium and finite element analysis of slopes[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1996, 22(7): 577—596.
- [3] 陈祖煜, 弥宏亮, 汪小刚. 边坡稳定三维分析的极限平衡方法[J]. *岩土工程学报*, 2003, 23(5): 525—529.
CHEN Zu-yu, MI Hong-liang, WANG Xiao-gang. A three-dimensional limit equilibrium method for slope stability analysis[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2003, 23(5): 525—529.
- [4] 朱大勇, 丁秀丽, 杜俊慧, 等. 旋转非对称三维边坡安全系数计算[J]. *岩土工程学报*, 2007, 29(8): 1236—1239.
ZHU Da-yong, DING Xiu-li, DU Jun-hui, et al. Computation of 3D safety factor of asymmetric and rotational slopes[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2007, 29(8): 1236—1239.
- [5] 张奇华. 多滑面块体的分块极限平衡分析法[J]. *岩石力学与工程学报*, 2007, 26(8): 1625—1631.
ZHANG Qi-hua. Block-dividing limit equilibrium analysis method with multiple sliding-planes[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2007, 26(8): 1625—1631.
- [6] 陈菲, 邓建辉. 岩坡稳定的三维强度折减法分析[J]. *岩土力学与工程学报*, 2006, 25(12): 2546—2551.
CHEN Fei, DENG Jian-hui. Three-dimension stability analysis of rock slope with strength reduction method[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2006, 25(12): 2546—2551.
- [7] GRIFFITHS D V, LANE P A. Slope stability analysis by finite elements[J]. *Geotechnique*, 1999, 49(3): 59—70.
- [8] 赵尚毅, 郑颖人, 张玉芳. 极限分析有限元法讲座——II 有限元强度折减法中边坡失稳的判据探讨[J]. *岩土力学*, 2005, 26(2): 332—336.
ZHAO Shang-yi, ZHENG Ying-ren, ZHANG Yu-fang. Study on slope failure criterion in strength reduction finite element method[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2005, 26(2): 332—336.

- [9] 栾茂田, 武亚军, 年廷凯. 强度折减有限元法中边坡失稳的塑性区判据及其应用[J]. 防灾减灾工程学报, 2003, 23(3): 1—7.
LUAN Mao-tian, WU Ya-jun, NIAN Ting-kai. A criterion for evaluating slope stability based on development of plastic zone by shear strength reduction FEM[J]. **Journal of Seismology**, 2003, 23(3): 1—7.
- [10] 刘金龙, 栾茂田, 赵少飞, 等. 关于强度折减有限元方法中边坡失稳判据的讨论[J]. 岩土力学, 2005, 26(8): 1345—1348.
LIU Jin-long, LUAN Mao-tian, ZHAO Shao-fei, et al. Discussion on criteria for evaluating stability of slope in elastoplastic FEM based on shear strength reduction technique[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(8): 1345—1348.
- [11] 李同春, 卢智灵, 姚纬明, 等. 边坡抗滑稳定安全系数的有限元迭代解法[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(3): 446—450.
LI Tong-chun, LU Zhi-ling, YAO Wei-ming, et al. Finite element iteration method for stability safety factor of slopes against sliding[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2003, 22(3): 446—450.
- [12] 姚纬明, 李同春, 任旭华, 等. 带软弱结构面岩体的弹塑性有限元分析[J]. 河海大学学报, 1999, 27(3): 34—38.
YAO Wei-ming, LI Tong-chun, REN Xu-hua, et al. Elastoplastic finite element analysis for rock mass with weak surfaces[J]. **Journal of Hohai University**, 1999, 27(3): 34—38.
- [13] 王仁, 黄文彬. 塑性力学引论[M]. 北京: 北京大学出版社, 1982.
- [14] 陈祖煜, 汪小刚, 王玉杰, 等. 拱座稳定的三维极限分析[J]. 水利学报, 2001, (8): 1—6.
CHEN Zu-yu, WANG Xiao-gang, WANG Yu-jie, et al. The 3-D stability analysis for arch dam abutment[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2001, (8): 1—6.
- [15] 郑颖人, 赵尚毅. 有限元强度折减法在土坡与岩坡中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(19): 3381—3388.
ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi. Application of strength reduction FEM in soil and rock slope[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004, 23(19): 3381—3388.
- [16] ZHANG Xing. Three-dimensional stability analysis of concave slopes in plan view[J]. **Journal of Geotechnical Engineering, ASCE**, 1988, 114(6): 658—671.
- [17] HOEK E, BRAY J W. Rock slope engineering[M]. London: The Institute of Mining and Metallurgy, 1977.
- 上接第 3085 页
- [7] STEWART D P, JEWELL R J, RANDOLPH M F. Design of piled bridge abutments on soft clay for loading from lateral soil movements[J]. **Geotechnique**, 1994, 44(2): 277—296.
- [8] 李仁平. 软土地基中被动桩与土体相互作用及其工程应用[博士学位论文 D]. 杭州: 浙江大学土木工程学系, 2001.
- [9] 钟岱辉, 傅传国, 丁大均. 层状地基中横向受荷桩的工作性状分析[J]. 建筑结构, 1998, (5): 3—5.
ZHONG Dai-hui, FU Chuan-guo, DING Da-jun. Interaction analysis of multi-layered soil with laterally-loaded pile under different pile top restriction[J]. **Building Structure**, 1998, (5): 3—5.
- [10] 张耀年. 横向受力桩的通解[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(1): 84—86.
ZHANG Yao-nian. General solution for laterally loaded piles[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1998, 20(1): 84—86.
- [11] 中华人民共和国铁道部. TB10002.5—2005 铁路桥涵地基和基础设计规范[S]. 北京: 中国铁道出版社, 2005.
- [12] ITO T, MATSUI T, et al. Methods to estimate lateral force acting on stabilizing piles[J]. **Soils and Foundations**, 1975, 15(4): 43—59.
- [13] ITO T, MATSUI T, et al. Extended design method for multi-row stabilizing piles against landslide[J]. **Soils and Foundations**, 1982, 22(1): 1—13.
- [14] 沈珠江. 桩的抗滑阻力和抗滑桩的极限设计[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(1): 84—86.
SHEN Zhu-jiang. Pile's anti-slide resistance and limit design of anti-slide pile[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1998, 20(1): 84—86.
- [15] 杨奇, 冷伍明. 台后路堤及锥体引起桥台地基附加竖向压应力通用计算公式[J]. 岩土力学, 2008, 29(3): 833—837.
YANG Qi, LENG Wu-ming. The universal calculation formula of the additional vertical stress under the bridge abutment due to the embankment and the conical slope[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(3): 833—837.
- [16] 刘庆潭. 含楔形变截面压杆稳定计算的传递矩阵法[J]. 长沙铁道学院学报, 1999, 17(1): 88—92.
LIU Qing-tan. Transfer matrix method of calculation on stability of compressed bar with cone shaped variable section[J]. **Journal of Changsha Railway University**, 1999, 17(1): 88—92.